

Nemeuklideszi geometriák

vizsgatételek

2020

- Affin és projektív síkok**
Az affin síkok axiómái és alapvető tulajdonságai. A projektív síkok axiómái. Affin síkok projektív lezárása. A valós projektív sík és a Fano-sík. A dualitás elve. Véges affin és projektív síkok.
- Kettősviszony**
Osztvízviszony az euklideszi síkon. A kettősviszony fogalma és alapvető tulajdonságai. A Papposz-Steiner tétel igazolása. A fundamentális tulajdonság megfogalmazása a valós projektív síkon.
- A Papposz-tétel és a Desargues-tétel**
A Papposz-tétel igazolása. A Desargues-tétel megfogalmazása és igazolása, kapcsolata a tétel megfordításával. Nem Desargues-féle projektív sík konstrukciója.
- Harmonikus pontnégyesek**
Teljes négyszög és harmonikus pontnégyes fogalma. A Fano-tulajdonság. Harmonikus pontnégyesek jellemzése, a harmonikus negyedik pont egyértelműsége.
- Kollineációk**
A valós projektív sík kollineációinak fogalma és alapvető tulajdonságai. A kollineációk alaptételének megfogalmazása. A kollineációk esetén a centrum és a tengely létezésének ekvivalenciája. Alapszerkesztések centrális kollineációban. Speciális centrális kollineációk. Harmonikus homológiák.
- Kúpszeletek**
A valós projektív sík kúpszeleteinek fogalma. A Steiner tétel és megfordítása. Kúpszeletek meghatározása öt adattal. A Pascal-tétel és a Brianchon-tétel.
- Pólus és poláris**
Pólus és poláris fogalma, a poláris egyenesre vonatkozó tétel igazolása. Alapvető tulajdonságok. A pólus-poláris megfeleltetés kettősviszonytartása. A Chasles-tétel. Kúpszeletek automorfizmusai.
- Az abszolút síkgeometria axiómáinak ellenőrzése a hiperbolikus sík Cayley-Klein modelljében**
A párhuzamosok egyértelműségének problémája abszolút geometriában. A Cayley-Klein modell. Az abszolút geometria axiómáinak megfogalmazása és teljesülésük ellenőrzése a modellben.
- Geometria a Cayley-Klein modellben**
A Cayley-Klein modell izometriái és tengelyes tükrözései. Merőlegesség a modellben. Szögmérték a modellben, a háromszögek szögösszege. A hiperbolikus háromszög-geometria elemei.

9. **Elemi körgéometria**

Pont körre vonatkozó hatványa, hatványvonal. Körre és gömbre vonatkozó inverzió, sztereografikus projekció.

10. **A hiperbolikus geometria Poincaré-féle körmodellje és félsíkmodellje**

Az abszolút geometria alapfogalmainak értelmezése a Poincaré-féle körmodellben és a félsíkmodellben. Izometriák, merőlegesség. Alapszerkesztések a modellekben.

A vizsgán automatikusan elégtelen osztályzatot kap a hallgató, amennyiben nem ismeri

- *a középiskolai tananyagban szereplő fogalmak és tények bármelyikét;*
- *a tananyagban felhasználásra kerülő matematikai alapfogalmak (pl. Descartes-szorzat, reláció, ekvivalenciareláció, függvény, injektív/szürjektív/bijektív függvény, ellipszis, parabola, hiperbola, stb.) valamelyikét;*
- *a projektív geometria legalapvetőbb fogalmait, tényeit, alapszerkesztéseit (például affín sík, projektív sík, projektív lezárás végtelen távoli elemek bevezetésével, perspektivitás, projektivitás, Desargues-tétel, Papposz-tétel, kettősviszony, kettősviszony átmásolása, harmonikus pontnégyes, harmonikus negyedik pont szerkesztése, kollineáció, centrális kollineáció, pont centrális kollineációs képének szerkesztése, kúpszelet, Pascal-tétel, Brianchon-tétel, poláris egyenes);*
- *az abszolút síkgeometria axiómáit.*

A Bevezetés a projektív geometriába tárgyból vizsgázó hallgatók csak a tételsor 1-7. tételeiből felelnek!