

Valószínűségszámítás

2. feladatsor

1. Valaki arra ébred reggel 8 órakor, hogy órája megállt. Előző este 10 órakor az óra még járt. Mekkora a valószínűsége, hogy az óra éjfél és fél 3 között állt meg, ha feltételezzük, hogy a megállás valószínűsége egyenletes eloszlású a 10 órától 8 óráig terjedő intervallumon?
2. Az egységnyi hosszúságú, négyzet alakú céltáblára egy $\frac{1}{2}$ egység sugarú kört rajzolunk. Mennyi a valószínűsége, hogy a találat ezen a körön kívül éri a céltáblát, ha a találat valószínűsége egyenletes eloszlású a céltáblán?
3. Két személy megbeszéli, hogy délelőtt 10 és 11 óra között egy adott helyen találkoznak. Érkezésük a megbeszéltd időn belül véletlenszerű. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a korábban érkezőnek nem kell egy negyed óránál többet várnia a másikra?
4. Egységnyi hosszúságú szakaszon véletlenszerűen kijelölünk két pontot. Mekkora a valószínűsége annak, hogy távolságuk kisebb vagy egyenlő, mint egy adott h ($0 < h < 1$) hossz?
5. Egy kikötőhöz 24 órás időtartamon belül véletlen időpontban két hajó érkezik. Az előbb érkezőn rögtön megkezdik a rakodást, mely az egyikén egy órát, a másikon két órát vesz igénybe. Ha a második hajó akkor érkezik, amikor az első még rakodnak, úgy várakoznia kell a rakodás befejeztéig. Mennyi a valószínűsége annak, hogy valamelyik hajónak várakoznia kell a rakodásra?
6. Egy m hosszúságú szakasz egyik végpontja legyen P . Ezen a szakaszon két pontot választunk taláalomra úgy, hogy a szakasz bármely részébe esés valószínűsége arányos a P végpontú rész-szakasz hosszával. Legyenek ezek Q és R pontok. Határozzuk meg annak valószínűségét, hogy a Q pont közelebb van a P -hez, mint az R -hez!
7. Egy egységnyi hosszúságú szakaszon véletlenszerűen választunk két pontot. Mennyi a valószínűsége annak, hogy ezek közelebb vannak egymáshoz, mint bármelyik a végpontokhoz?
8. Egy egységnyi hosszúságú szakaszon taláalomra választunk két pontot. Így a szakaszt három részre bontottuk. Mennyi a valószínűsége annak, hogy ezekből a szakaszokból háromszög szerkeszthető?
9. Egy egységnyi hosszúságú szakaszt két részre bontunk egy taláalomra választott ponttal, majd a két rész közül a hosszabbikon még egy pontot választunk és ezzel ezt is kettéosztjuk. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a kapott három darabból háromszög szerkeszthető?
10. Válasszunk véletlenszerűen egy pontot a $]0, 1[$ szakaszon, és egyet a $]0, a[$ szakaszon. A kiválasztott pontok legyenek P_1 és P_2 . Mennyi a valószínűsége, hogy az $\overline{OP_1}$, $\overline{OP_2}$ és egy egységnyi hosszúságú szakaszból háromszög szerkeszthető? Írjuk fel a valószínűséget a függvényében, ahol $a > 0$!
11. A $]0, a[$ és $]0, b[$ szakaszokon, ahol $a \geq 1$ és $b \geq a + 1$, taláalomra választunk egy-egy pontot, legyenek ezek a 0 ponttól x illetve y távolságra. Mennyi annak a valószínűsége, hogy az x , y és 1 hosszúságú szakaszokból háromszög szerkeszthető?
12. Két számot választunk taláalomra a $]0, 1[$ intervallumban. Mennyi a valószínűsége annak, hogy összegük 1 -nél, szorzatuk pedig $\frac{4}{25}$ -nél kisebb?
13. Egy egységnyi oldalú négyzet két átellenes oldalán taláalomra választunk egy-egy pontot. Mekkora annak a valószínűsége, hogy ezek távolsága egy rögzített α -nál ($1 \leq \alpha \leq \sqrt{2}$) kisebb?
14. A $[0, a]$ szakaszon véletlenszerűen elhelyezünk két pontot. Mennyi a valószínűsége annak, hogy ezeknek a 0 ponttól mért távolságuk összege a^2 -nél nagyobb?
15. A $] - 1, 1[$ intervallumon taláalomra felvesszünk két pontot, a koordinátáik legyenek α és β . Mennyi a valószínűsége annak, hogy az $x^2 + \alpha x + \beta = 0$ egyenlet gyökei valósak?