

Valószínűségszámítás

3. feladatsor

1. Egy játékkockát egyszer feldobunk. Legyen A az az esemény, hogy 6-nál kisebb számot dobunk, B pedig az, hogy páros számot dobunk. Számítsa ki a $P(B)$ és $P(B|A)$ valószínűségeket!
2. Három kockával dobunk. Mennyi a valószínűsége annak, hogy az egyik kockával hatost dobunk, feltéve, hogy a dobott számok összege 12?
3. Egy követségi fogadásra 5 angol, 8 német és 3 japán diplomata hivatalos. Egyenként érkeznek, véletlenszerű időpontban. Mennyi a valószínűsége annak, hogy elsőként angol, másodikként német, harmadikként japán diplomata érkezik meg a fogadásra?
4. Egy műhelyben 3 műszakban termelnek azonos fajta árut. Egy napon az összes termelt áruból az első műszakban 40%, a második és a harmadik műszakban 30-30% készült. Az első műszakban készült áruk 5%-a, a másodikban gyártottak 7%-a, a harmadikban termeltek 10%-a hibás. A három műszakban elkészült teljes mennyiségből a minőségi ellenőr taláalomra kiválaszt egyet, és megvizsgálja azt. Mennyi a valószínűsége, hogy ez az áru hibátlan?
5. Az egyetemi vizsgán az A-szakos hallgatók 60%-a, a B-szakos hallgatók 80%-a szerepel sikeresen. Az A-szakos hallgatók az évfolyam 15%-át teszik ki. Mennyi a valószínűsége annak, hogy egy (az évfolyamból kiválasztott) hallgató sikeresen vizsgázik?
6. Egy céllövöldében 3 rekeszben vannak pusokák. Az első rekeszben 3 puska van, ezekkel 0,5 a találat valószínűsége. A második rekeszben egy puska van, ezzel 0,7 a találat valószínűsége. A harmadik rekeszben két puska található, és ezekkel 0,8 valószínűséggel találunk célba. Mennyi a találat valószínűsége egy taláalomra kiválasztott puskával?
7. Egy női konfekcióboltban háromféle méretű ruha kapható: nagy-, közepes- és kisméretű. Ezek megoszlása: nagyméretű az összes ruhák 26%-a, a közepes 44%, kicsi a 30%-a. A ruhákat kívánságra alakra igazítják. Statisztikai adatokból ismeretes, hogy az alakra igazítás valószínűsége rendre 0,2, 0,1, illetve 0,15. Mennyi a valószínűsége, hogy egy eladott ruhát alakítani kell?
8. Egy dobozban 5 fehér és 2 piros golyó van. Visszatevés nélkül kihúzzunk két golyót, majd egy harmadikat. Mennyi a valószínűsége, hogy a harmadikként kihúzott golyó piros?
9. Amennyiben barátnőnk közvetlenül randevúnk előtt megy fodrászhoz, akkor 90% eséllyel elkésik a randevúról. Tízszer olyan gyakran fordul elő, hogy elkésik a randevúról, mint az, hogy randevú előtt fodrásznál volt. Ha elkésik, mennyi a valószínűsége, hogy fodrásznál volt?
10. Egy üzemben 3 gép van, az első adja a termelés 40%-át, a másik kettő 30 – 30%-át. Az első és a második gép 0,05 valószínűséggel termel selejtet, a harmadik 0,1 valószínűséggel. Mennyi a valószínűsége, hogy
 - a. az üzem termékei közül egyet kiválasztva, az selejtes lesz?
 - b. ha találunk egy selejtes terméket, akkor azt az első gép gyártotta?
11. Egy biológiai kísérlet során 100 egyed 3 csoportba osztanak. Az elsőben 20 egyed van, és gyenge hatóanyaggal oltják be őket. A másodikban 30 egyed található, és közepesen erős szérumot kapnak. A harmadik csoport 50 egyed számú, és erős hatóanyagot vizsgálnak rajtuk. A kutatócsoport megállapítja, hogy az első csoportban 3, a másodikban 10, a harmadikban 39 egyednél tapasztaltak változást. Ezután a csoportokat újra egyesítik, és taláalomra kiválasztanak egy egyedet, és nem tapasztalnak rajta változást. Mennyi a valószínűsége, hogy az egyed a második csoportból való?

12. A tapasztalat azt mutatja, hogy a férfiak 5%-a és a nőknek 2%-a dohányos. Egy 20 nőből és 5 férfiból álló csoportból egy személyt találmra kiválasztunk. Megállapítjuk, hogy dohányos. Mennyi a valószínűsége, hogy a kiválasztott személy férfi?
13. Pelikán József a Duna három gátszakaszát őrzi. Reggelente véletlenszerűen kiválaszt egy szakaszt, és azt járja be: az első a kedvence, azt $1/2$, míg a másik kettőt egyenlő valószínűséggel választja. Útjainak 3%-ában szokott találni ürgét az első szakaszon; a másodikon 5%, a harmadikon 3% ez az arány.
- Mennyi annak a valószínűsége, hogy Pelikán elvtárs ürgét talál egy napi munkája során?
 - Feltéve, hogy talált ürgét, mennyi annak a valószínűsége, hogy azt az első szakaszon találta?
14. Hat doboz mindegyikében 6 golyó van, amelyekben rendre 1,2,...,6 golyó fehér. Egy találmra kiválasztott dobozból visszatevéssel 3 golyót húzunk. Azt találjuk, hogy mindhárom húzás fehér. Mennyi annak a valószínűsége, hogy abból a dobozból húztunk, amelyben 2 fehér golyó van?
15. Tíz azonos alakú doboz közül az első kilencben 4-4 golyó van, mégpedig 2 fehér és 2 fekete. A tizedik dobozban 5 fehér és 1 fekete golyó található. Az egyik találmra kiválasztott dobozból véletlenszerűen kivesszünk egy golyót. Mennyi a valószínűsége, hogy a golyó a tizedik dobozból való, ha a kihúzott golyó fehér színű?
16. Barátunk államvizsgázik. A tételek felét nem tudja, negyedét bizonytalanul, negyedét teljes biztonsággal. Ha nem tudja, amit kérdeznek, megbukik, ha jól tudja, átmegy. Bizonytalan tudás esetén az A bizottság megbuktatja, B átengedi. Ez utóbbi vizsgáztatja a hallgatók harmadát, az A a többit.
- Mennyi a valószínűsége, hogy átmegy az államvizsgán?
 - Azt hallottuk, hogy valaki sikeresen államvizsgázott. Mennyi a valószínűsége, hogy a B bizottsághoz került?
 - Ha barátunk sikeresen vizsgázik, mennyi a valószínűsége, hogy olyan tételt húzott, amit bizonytalanul tud?
17. Egy tesztrendszerű vizsgánál minden vizsgakérdés egy vizsgalapra van felírva, és minden kérdéshez 4 válasz van megadva, amelyek közül csak egy a helyes. A vizsgázónak ezt a lapot kell kitölteni a helyesnek vélt válasz megjelölésével. Tegyük fel, hogy egy vizsgázó p valószínűséggel tudja a helyes választ. Ha nem tudja a választ, akkor $\frac{1}{4}$ valószínűséggel jelöli meg a 4 lehetséges válasz közül az egyiket.
- Mennyi a valószínűsége, hogy a vizsgázó helyesen válaszol?
 - A vizsgalap átnézése során kiderül, hogy helyes a válasz. Mennyi a valószínűsége, hogy a vizsgázó azért adott helyes választ, mert tudta a helyes eredményt?
18. Egy bizonyos betegség szűrőtesztje 99,9%-ban vezet pozitív eredményre, ha a vizsgált személy valóban beteg és 0,1%-ban akkor is pozitív lesz a teszt, ha nem beteg. A betegség gyakorisága az emberek közt 0,1%. Mennyi a valószínűsége, hogy tényleg beteg valaki, ha a tesztje pozitív lett? Mekkora valószínűséggel beteg valaki, ha a tesztet kétszer egymás után elvégezve, mindkétszer pozitív eredményt kapunk?
19. *Monty Hall-paradoxon:* Egy játékban a játékosnak 3 csukott ajtót mutatnak, amelyek közül kettő mögött nincs nyeremény, a harmadik mögött viszont egy vadonatúj autó. A játékos nyereménye az, ami az általa kiválasztott ajtó mögött van. Először a játékos csak rámutat az egyik ajtóra, de mielőtt valóban kinyitná, a műsorvezető a másik két ajtó közül kinyit egyet, amelyik mögött nem az autó van (a játékvezető tudja, melyik ajtó mögött mi van), majd megkérdezi a játékos, hogy akar-e módosítani a választásán. A játékos ezután vagy változtat, vagy nem, végül kinyílik az így kiválasztott ajtó, mögötte a nyereménnyel. Érdemes-e változtatni?
20.
 - Nagyon sok kétgyermekes család közül találmra kiválasztunk egyet, és megtudjuk, hogy az első gyermekük fiú. Mennyi a valószínűsége, hogy a másik gyermek is fiú?
 - Nagyon sok kétgyermekes család közül találmra kiválasztunk egyet, és megtudjuk, hogy az egyik gyermekük fiú. Mennyi a valószínűsége, hogy a másik gyermek is fiú?
 - Nagyon sok kétgyermekes család közül találmra kiválasztunk egyet, és megtudjuk, hogy az egyik gyermekük olyan fiú, aki kedden született. Mennyi a valószínűsége, hogy a másik gyermek is fiú?
 - Nagyon sok kétgyermekes család közül találmra kiválasztunk egyet, és megtudjuk, hogy az egyik gyermekük olyan fiú, akire teljesül egy p valószínűségű tulajdonság. Mennyi a valószínűsége, hogy a másik gyermek is fiú?