Valószínűségszámítás
6. feladatsor

1. Adott 200 darab termék közül 60 darab elsőosztályú. Találomra kiválasztunk 6 darabot egymás után, visszatevéssel. Legyen a ξ valószínűségi változó a kiválasztott elsőosztályú darabok száma. Írjuk fel a valószínűségi változó eloszlását, továbbá határozzuk meg várható értékét és szórását!

2. A tapasztalat alapján 1000 újszülöttből átlagosan 516 a fiú és 484 a lány. Mekkora a valószínűsége, hogy egy 6 gyermekes családban legfeljebb egy lány van?

3. Öt katona lő egy céltáblára. Mindegyikük 100 lövése közül átlag 30 talál. Mekkora a valószínűsége, hogy ha egyszerre leadnak egy-egy lövést, akkor legfeljebb 3 találat lesz a táblán?

4. Valamely 4000 darabból álló szállítmányban 400 darab selejt található. Visszatevéses módszerrel 10 elemű mintát veszünk. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a mintában legfeljebb 3 selejt van?

5. Egy binomiális eloszlású valószínűségi változó várható értéke 4, szórása pedig $\frac{4\cdot\sqrt{5}}{5}$. Mekkora az n és p értéke?

6. Egy dobozban 9 golyó van, amelyekből 4 barna színű. Találomra kiveszünk 3 golyót. A ξ valószínűségi változó értéke legyen a kihúzott barna golyók száma. Adjuk meg ξ eloszlását, majd határozzuk meg a várható értékét és szórását!

7. Próbagyártás során 20 gép készül el, amelyek közül 5 javításra szorul. A teljes mennyiségből 4 találomra kiszemelt gépet küldenek felülvizsgálatra. A gyártás akkor indulhat meg, ha a felülvizsgált gépek közül legfeljebb egy szorul javításra. Mennyi a valószínűsége annak, hogy megindulhat a gyártás?

8. Legyen ξ egy $\lambda = 4$ paraméterű Poisson-eloszlású valószínűségi változó. Határozzuk meg várható értékét és szórását! Milyen valószínűséggel esik ξ a $]\,2,5\,[$ intervallumba? Milyen valószínűséggel vesz fel ξ a várható értéknél kisebb értéket?

9. Egy telefonközpontba percenként átlagosan 4 hívás fut be. Mennyi annak a valószínűsége, hogy 1 perc alatt 6 hívás fut be?

10. Egy 400 oldalas nyomdai korrektúrában átlagosan 400 sajtóhiba található. Mennyi a valószínűsége annak, hogy egy találomra választott oldalon legalább 3 sajtóhiba van, ha feltételezzük, hogy a sajtóhibák száma Poisson-eloszlású?

11. Televízió-készülékek gyártásakor 200 készülékre átlagban 100 hiba jut. Az előző tapasztalatokból tudjuk, hogy a hibák Poisson-eloszlásúak. Legfeljebb hány legyártott készüléket választhatunk ki egyszerre úgy, hogy a kiválasztott készülékek legalább $0,1$ valószínűséggel mind hibátlanok legyenek?

12. Egy orsózógépen 100 munkaóra alatt átlagban 3 szakadás következik be. Mennyi a valószínűsége annak, hogy egy ilyen időtartam alatt a szakadások száma nem lépi túl az átlagot? Az általános tapasztalat alapján feltehető, hogy a szakadások Poisson-eloszlás szerint következnek be.

13. Határozzuk meg a $]\,3,7\,[$ intervallumban egyenletes eloszlású valószínűségi változó eloszlás- és sűrűségfüggvényét, valamint várható értékét és szórását!

14. Egy egyenletes eloszlású valószínűségi változó várható értéke 4, szórásnégyzete $\frac{4}{3}$. Írjuk fel az eloszlásfüggvényt!

15. Telefonhívás alkalmával a tárcsázás befejezésétől a kapcsolásig eltelt időt tekintsük valószínűségi változónak. Tegyük fel, hogy ez a valószínűségi változó egyenletes eloszlású, és a kapcsolás időtartama 5 mp-től 105 mp-ig terjedhet. Írjuk fel a valószínűségi változó sűrűség- és eloszlásfüggvényét! Határozzuk meg a várható értéket és a szórást! Számítsuk ki annak valószínűségét, hogy legalább egy percig kell vámunk a kapcsolásra!

16. Egy rádióállomás minden órában közli a pontos időt. Valaki bekapcsolja a rádiót. Mennyi a valószínűsége, hogy legfeljebb 10 percet kell várnia az időjelzésre, ha feltételezzük, hogy a rádió bekapcsolásának időpontja egyenletes eloszlású?

17. Egy gép működési időtartama az első meghibásodásig exponenciális eloszlású valószínűségi változó. Írjuk fel az eloszlás- és sűrűségfüggvényét, ha várható értéke 2 év!

18. Egy benzinkútnál a tapasztalatok szerint a várakozási idő átlagosan 4 perc. Ha a várakozási idő exponenciális eloszlású, akkor mennyi annak a valószínűsége, hogy egy alkalommal 3 percnél többet, de 4 percnél kevesebbet kell várakozni?

19. Bizonyos típusú izzólámpák tönkremeneteléig eltelt égési időtartam hosszát tekintsük ξ valószínűségi változónak. Megállapították, hogy ξ exponenciális eloszlású és szórása 1000 óra. Határozzuk meg ξ várható értékét! Írjuk fel a ξ valószínűségi változó sűrűség- és eloszlásfüggvényét! Számítsuk ki annak valószínűségét, hogy egy kiszemelt izzólámpa 3000 órán belül még nem megy tönkre!

20. Távolságmérést végeznek terepen. A valódi és a mért hosszúság különbségét, vagyis a mérési hibát valószínűségi változónak tekintjük. Ez a ξ valószínűségi változó normális eloszlású, várható értéke -20 m, szórása 40 m. (Mivel a várható érték nem nulla, a mérési eredmény nem csak véletlen hibát tartalmaz, hanem szisztematikus torzítást is.) Írjuk fel a valószínűségi változó sűrűség- és eloszlásfüggvényét! Számítsuk ki annak valószínűségét, hogy a hiba abszolút értéke 60 m-nél kevesebb!

21. Egy repülőgép pilótájával közlik a 100 m magasságú légifolyosó közepének földtől mért távolságát. A repülőgép repülési magasságának ettől való eltérése egy ξ valószínűségi változó, amely normális eloszlású, 20 m várható értékkel és 50 m szórással. Számítsuk ki annak valószínűségét, hogy a repülőgép a légifolyosó alatt, a légifolyosóban, ill. a felett halad!

22. Egy munkapadról kikerülő alkatrész hossza normális eloszlású, $m = 30$ cm várható értékkel és $\sigma = 0,2$ cm szórással.

    (a) Írjuk fel a valószínűségi változó eloszlás- és sűrűségfüggvényét!

    (b) Mennyi annak a valószínűsége, hogy egy alkatrész hossza 29,7 cm és 30,3 cm közé esik?

    (c) Mennyi annak a valószínűsége, hogy a várható értéktől való eltérés abszolút értéke 1 cm-nél kevesebb?

    (d) Milyen pontosságot biztosíthatunk 0,9 valószínűséggel a munkadarabok hosszára?

23. A liszt csomagolásánál a csomagológép 1 kg várható súlyú csomagokat készít 2,5 dkg szórással. Feltehető, hogy a csomagolt mennyiség súlya normális eloszlású. Mennyi annak a valószínűsége, hogy egy csomagban 95 dkg-nál kevesebb liszt lesz?

24. Legyen ξ $\mathcal{N}(3,2)$ eloszlású valószínűségi változó. Határozzuk meg a $P(-2 < \xi < 3)$ és a $P(0,1 < |\xi|)$ valószínűségeket!

25. Egy automata gép 2 kg lisztet rak egy-egy zacskóba, de véletlen ingadozás következtében a zacskókban lévő liszt mennyisége $\mathcal{N}(m,\sigma)$ eloszlású. Előzetes megfigyelésekből tudni lehet, hogy $\sigma = 0,002$, valamint, hogy annak a valószínűsége, hogy egy zacskóban kevesebb van 2 kg-nál $0,01$. Határozzuk meg m értékét! Milyen σ mellett biztosíthatjuk, hogy a fenti valószínűség $0,001$ legyen?

26. Egy alkatrész működési ideje (órában mérve) $\mathcal{N}(20000,1500)$ eloszlású. Ha az alkatrész 15000 óránál rövidebb ideig működik, akkor gyárilag selejtesnek minősül. Az alkatrészek hány százaléka lesz selejtes?