

Valószínűesszámítás

7. feladatsor

1. Egy cégnél a hónap végén bérfizetéskor jutalmat is osztanak. Az alábbi táblázat mutatja (10 ezer forintos egységekben számolva), hogy mekkora bért és mekkora jutalmat hány alkalmazott kapott.

	jutalom	5	10	15
bér				
10		2	5	4
15		4	3	2
20		6	5	6

Véletlenszerűen választunk egy alkalmazottat, ξ legyen a bére, η a jutalma. Határozzuk meg ξ és η együttes eloszlását, a peremeloszlásokat, az együttes eloszlásfüggvényt és a perem-eloszlásfüggvényeket, ξ , η , $\xi + \eta$ és $\xi \cdot \eta$ várható értékeit, ξ és η kovarianciáját és korrelációs együtthatóját!

2. Legyen a ξ és η valószínűségi változók együttes eloszlásfüggvénye

$$F(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{ha } x \leq 1 \text{ vagy } y \leq 1, \\ 1 + \frac{2}{x+y} - \frac{2}{1+x} - \frac{2}{1+y} & \text{egyébként.} \end{cases}$$

Határozzuk meg a perem-eloszlásfüggvényeket, az együttes sűrűségfüggvényt, a perem-sűrűségfüggvényeket valamint a $P(0 \leq \xi < 3, 1 \leq \eta < 2)$ valószínűséget!

3. Legyen a ξ és η valószínűségi változók együttes sűrűségfüggvénye

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{3}(x+y) & \text{ha } 0 < x < 1 \text{ és } 0 < y < 2, \\ 0 & \text{egyébként.} \end{cases}$$

Határozzuk meg az együttes eloszlásfüggvényt, a perem-eloszlásfüggvényeket, a perem-sűrűségfüggvényeket, ξ , η , $\xi + \eta$ és $\xi \cdot \eta$ várható értékeit, valamint ξ és η kovarianciáját és korrelációs együtthatóját!

4. Legyen a ξ és η valószínűségi változók együttes sűrűségfüggvénye

$$f(x, y) = \begin{cases} 2 & \text{ha } 0 < x < 1 \text{ és } 0 < y < x, \\ 0 & \text{egyébként.} \end{cases}$$

Határozzuk meg $\xi + \eta$ sűrűségfüggvényét!

5. Legyen ξ a $[0, 1]$ intervallumon, η a $[2, 4]$ intervallumon egyenletes eloszlású valószínűségi változó, és tegyük fel, hogy ξ és η függetlenek. Határozzuk meg $\xi + \eta$ sűrűségfüggvényét és eloszlásfüggvényét!
6. Legyenek ξ és η a $[0, 1]$ intervallumon egyenletes eloszlású, független valószínűségi változók! Határozzuk meg $\xi - \eta$ sűrűségfüggvényét! Határozzuk meg az $|\xi - \eta| < \frac{1}{4}$ valószínűséget, és eredményünket hasonlítsuk össze a 2. feladatsor 3. feladatának eredményével!